部分空間法による高次元表情空間における 表情弁別閾値楕円とリーマン計量の推定法とその評価

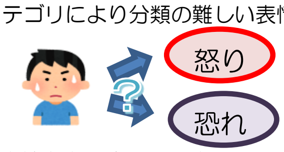
Estimation and evaluation of discrimination threshold ellipsoids and Riemannian metric in a high-dimensional facial expression space

保坂啓介・ネットワーク分科会・中央大学

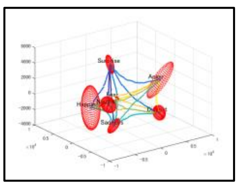
In order to construct a psychophysical facial expression space, it is important to estimate the facial expression discrimination threshold and the Riemannian metric. However, it is known that a large amount of psychophysical measurement is required for that purpose. This research proposes a method for estimating Riemannian metric of high-dimensional psychophysical space such as facial expression space from low-dimensional subspace that can reduce psychophysical measure. Then, its performance and estimation accuracy are evaluated, and various methods are compared.

研究背景・目的

①現在の表情認識の問題点：
カテゴリにより分類の難しい表情の存在がある.



②表情を次元空間上に表現する研究が行われている.



- 空間のことを表情空間と呼ぶ.
- 楕円を表情楕円と呼ぶ.
- 表情楕円の中が同じ表情に分類される.
- 表情空間はリーマン空間である.

③表情空間の問題点：
高次元の表情楕円を推定することは,必要な弁別閾値が多く被験者の負担が大きく難しい.

研究目的：
必要な弁別閾値の数を減らし,高次元の表情楕円を推定する.

前提知識

①表情弁別閾値：
被験者が表情画像からほかの表情画像への変化の中で表情が変化したと判断した点.この点を元に楕円を推定する

表情弁別閾値

②リーマン空間：
任意の点で局所計量が定義される空間（曲がった空間）
③リーマン計量：
リーマン空間内の局所計量のこと空間内の楕円を表す
ここで表情弁別閾値から推定した楕円の方程式は

$$(x_1, x_2, \dots, x_n)\boxed{\begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & \cdots & g_{nn} \end{pmatrix}}(x_1, x_2, \dots, x_n)^{\mathrm{T}} = 1$$

この行列がリーマン計量となる

③二次曲線推定手法：楕円を用いるときに用いる手法
1.最小二乗法：
推定される曲線とデータ点との二乗誤差を最小にするように曲線を推定する.
2.最尤推定：
データ点の共分散行列を使用し,データ点を正規分布に近似する.得られた正規分布から楕円体を推定する.

提案手法

①低次元の部分空間を用いて楕円を推定する.
例えば3次元の場合は,2次元の部分空間を用いて以下のように楕円を推定する.

1-2 $\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$ ⇒

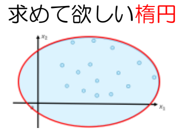
1-3 $\begin{pmatrix} g'_{11} & g_{13} \\ g_{31} & g'_{33} \end{pmatrix}$ ⇒

2-3 $\begin{pmatrix} g'_{22} & g_{23} \\ g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$ ⇒

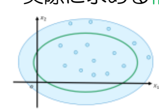
$$\begin{pmatrix} \frac{g_{11}+g'_{11}}{2} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & \frac{g_{22}+g'_{22}}{2} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & \frac{g_{33}+g'_{33}}{2} \end{pmatrix}$$

ここで求めた楕円は,正解の楕円と比べて小さい楕円が推定されてしまう.

求めて欲しい楕円



実際に求める楕円



②求めて欲しい楕円と実際に求める楕円を相似とし,相似比を求める.

データ点 x ,計量G,係数A, B, Cとおくと、楕円の方程式は

$$g_{ii}x_i^2 + g_{jj}x_j^2 + 2g_{ij}x_ix_j + \mathrm{A}x_i + Bx_j + C = 1$$

$$A := 2\sum_{k\neq i,j} g_{ik}x_k \qquad B := 2\sum_{k\neq i,j} g_{jk}x_k \qquad C := 2\sum_{k\neq i,l\neq j} g_{kl}x_kx_l$$

$$g_{ii}x_i^2 + g_{jj}x_j^2 + 2g_{ij}x_ix_j + \mathrm{A}x_i + Bx_j = 1 - C$$

相似比 γとおくと、推定された計量G'及びA', B', C'は $G' = \gamma G, A' = \gamma A, B' = \gamma B, C' = \gamma C$と表せ

$$g'_{ii}x_i^2 + g'_{jj}x_j^2 + 2g'_{ij}x_ix_j + A'x_i + B'x_j = 1$$

ここにデータ点x^0を代入すると右辺は1とずれた、δになるので

$$\gamma g_{ii}(x_i^0)^2 + \gamma g_{jj}(x_j^0)^2 + 2\gamma g_{ij}x_i^0x_j^0 + \gamma Ax_i^0 + \gamma Bx_j^0 = \delta$$

$$g_{ii}x_i^2 + g_{jj}x_j^2 + 2g_{ij}x_ix_j + \mathrm{A}x_i + Bx_j = 1 - C$$

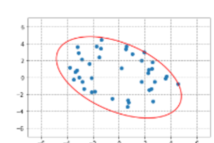
×γ倍になっている

$$\frac{\delta}{\gamma} = 1 - C = 1 - \frac{C'}{\gamma} \qquad \gamma = \delta + C'$$

と相似比 γが求まる

実験

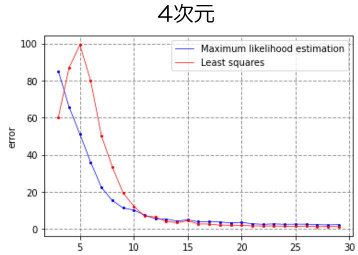
楕円面上にデータが乗るように,仮想データ点を作成し,そのデータ点を用いて,楕円を推定する実験を行った.右図は実際の4次元楕円における1-2部分空間に射影したデータ点である.



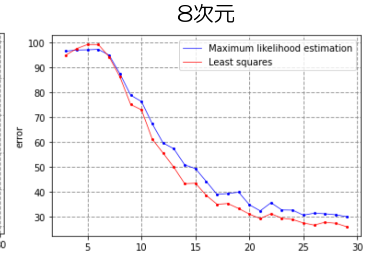
結果

4次元,8次元の楕円推定において2次元の部分空間を用いて推定する.
横軸にデータ点数,縦軸に二乗誤差のパーセントをとった.
その際,最小二乗法と最尤推定のそれぞれの精度を比較した.
100回のシミュレーション結果が以下である.

4次元



8次元



データの点数が少ないときは,最尤推定の方が精度が良く,点数が多くなるにつれて,最小二乗法の方が精度が良くなる傾向が見られた.