

# 選挙区割問題に対するヒューリスティクスを用いたZDD構築の効率化

## Efficient ZDD Construction Using Heuristics for the Electoral Districting Problem

千原良太・ネットワーク分科会・中央大学

The electoral districting problem is a type of discrete optimization problem in which municipalities are combined to form a district boundary and the best district boundary is found among them. In this research, we confirmed that the computation time and memory usage for constructing ZDDs can be reduced compared to conventional methods by using heuristics to determine upper and lower bound constraints on the population of the wards and then constructing ZDDs based on these constraints.

### 1. 研究の背景・目的

#### ・選挙区割問題

衆議院議員選挙小選挙区制における一票の格差が最小の区割を見つける問題(NP困難).

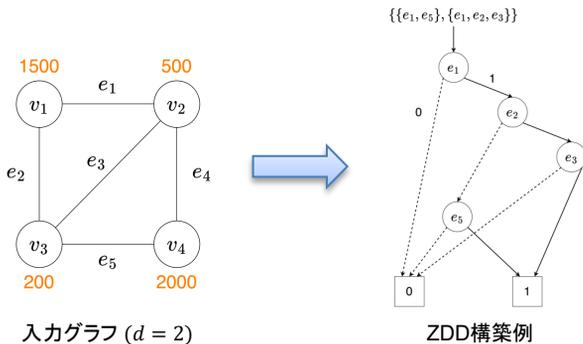
#### ・ZDDを用いた区割列挙

近年注目されている解法. 高速だがメモリ使用量が大きく, 一部の都道府県の区割を列挙できない.

→ **省メモリでより多くの都道府県の区割列挙が可能な手法を提案する.**

### 2. 既存手法

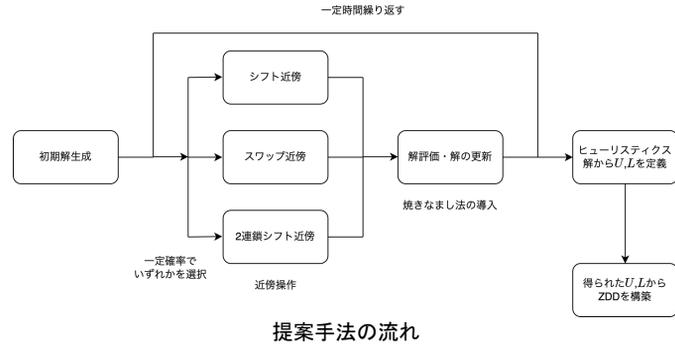
- 各都道府県の市区町村とその人口, 隣接関係を**頂点重み付きグラフ**  $G = (V, E, w)$  で表現.
- 区割数  $d$  個の部分グラフを構築するための辺の組み合わせを列挙する.
- フロンティア法**を用いてトップダウンにZDDを構築.
- 許容格差定数  $r$  を定め, そこから**区割人口上下限**制約  $U, L$  を設定. 制約を満たさないものはZDD構築時に枝刈りを行う.



辺 $\{e_1, e_5\}$ では, 部分グラフ $\{v_1, v_2\}, \{v_3, v_4\}$ を,  
辺 $\{e_1, e_2, e_3\}$ では, 部分グラフ $\{v_1, v_2, v_3\}, \{v_4\}$ を表現

### 3. 提案手法

- ヒューリスティクスで**最適な選挙区割に近い区割**を1つ求める. その区割の選挙区人口から  $U, L$  を定め, フロンティア法を用いてZDDを構築する.
- **ZDDの枝刈りを効率よく行うことができ, 省メモリ化が期待できる.**
- ヒューリスティクスとして**焼きなまし法**を実装.



### 4. 計算機実験

表 1: 入力データ

Name	$ V $	$ E $	$d$
$G_1$ (Aomori)	40	84	3
$G_2$ (Miyagi)	39	86	5
$G_3$ (Yamagata)	35	85	3
$G_4$ (Ibaraki)	44	94	7
$G_5$ (Nagano)	77	187	5
$G_6$ (Aichi)	69	173	16
$G_7$ (Osaka)	72	168	19

メモリ512GBの計算機を用いて実験を行った. 入力データを表1に, 既存手法のZDD構築結果を表2に, 提案手法のZDD構築結果を表3にまとめた.

表 2:  $r = 1.4$  を用いた列挙の結果

Name	node	solve	time(sec)	mem(MB)
$G_1$	23,749	668,154	2.25	405
$G_2$	6,581	40,106	3.38	652
$G_3$	319,171	7,493,473	33.81	6,702
$G_4$	1,077,156	36,745,326	212.75	30,690
$G_5$	N/A	N/A	N/A	N/A
$G_6$	N/A	N/A	N/A	N/A
$G_7$	N/A	N/A	N/A	N/A

node: ZDDのノード数  
solve: 制約を満たす区割解の個数  
time: ZDD構築の実行時間  
mem: メモリ使用量

表 3: ヒューリスティクスを用いた列挙の結果

Name	node	solve	time(sec)	mem(MB)
$G_1$	34,609	2,001,248	2.77	460
$G_2$	55	2	0.01	4
$G_3$	4,416	541	0.08	19
$G_4$	1,340	390	0.02	6
$G_5$	10,320	17,657	2.30	471
$G_6$	1,847,085	1.29E+14	89.02	12,607
$G_7$	N/A	N/A	N/A	N/A

N/A はメモリ不足により結果が得られなかったもの.

提案手法ではより多くの都道府県で結果が得られている.

### 5. まとめ・今後の課題

- ヒューリスティクスを用いた手法では, **多くの都道府県でZDD構築の効率化を行うことができた.**
- 一部の都道府県( $G_1, G_6$ )において, 最適解から大きく離れた区割で  $U, L$  を定めたため, **ヒューリスティクスの更なる改善が必要である.**