

## 表情空間における有効次元および大域次元と局所次元の推定 Estimation of Effective Global Dimension and Local Dimension of Expression Space

三平大悟・暗号・認証分科会・中央大学

The classification of facial expressions by linguistic categories, which is currently widely used in facial expression recognition, has difficulty in describing ambiguous facial expressions. In response to this, the dimensionality theory for continuously changing facial expressions has been attracting attention, and many studies have been conducted on the psychological space of facial expressions obtained by the SD method. However, the psychological space has the problem that it is difficult to link physical stimuli and psychological characteristics. Recently, Sumiya et al. proposed a psychophysical space of facial expressions that introduces a discrimination threshold as a psychological property to the image space of facial expressions as physical stimuli. On the other hand, the dimensionality of the facial expression image space is very high, and if the effective dimensionality in dimensionality reduction using manifold learning is large, redundant information will be included, and if it is small, information will be lost. Therefore, it is important to determine the dimensionality of the expression manifold. In this study, we estimated a high-dimensional facial expression discrimination threshold ellipse to determine the effective dimension.

### 2. 表情空間の構築

1. 表情画像空間の構築 ... 非計量MDSにより10次元へ次元削減
2. 弁別閾値の測定 ... 今回は被験者Aの結果を示す
3. 表情弁別閾値楕円の推定 ... 二次曲線推定手法を使用
4. Akima補間による楕円断面の補間 ... 各部分空間の楕円を補間
5. ガウシアンフィルタによる補間した楕円断面の平滑化

### 4. 変動率によるリーマン計量の評価

#### 概要

表情の心理物理空間はリーマン空間であるため、楕円の形状と向きは滑らかに変化する。一方、高次元部分空間の二乗感度と観測雑音が、表情弁別閾値の不確定性の限界を与えると考える。本研究では、部分空間の楕円形状と、計量行列の要素の連続性と微分可能性に注目した有効次元の上界の評価法を提案する。

#### 部分計量行列の二乗和誤差による変動率の評価

$$\text{変動率} = \frac{1}{2} \sum_{i=m}^n \sum_{j=m}^n \left( \frac{g_{ij} - g'_{ij}}{\sqrt{(x_i - x'_i)^2 + (y_i - y'_i)^2}} \right)^2 \quad (1 < m < n < N)$$

$$G_{mn} = \begin{pmatrix} g_{mm} & g_{mn} \\ g_{nm} & g_{nn} \end{pmatrix}: \text{表情Aの部分計量行列}, (x_m, y_n): \text{表情Aの中心座標}$$

$$G'_{mn} = \begin{pmatrix} g'_{mm} & g'_{mn} \\ g'_{nm} & g'_{nn} \end{pmatrix}: \text{表情Bの部分計量行列}, (x'_m, y'_n): \text{表情Bの中心座標}$$

#### 楕円の主軸長・主軸を使った変動率の評価

$$\text{変動率} = \frac{d(P_i, P'_i)}{|x_i - x'_i|} \quad (1 \leq i \leq N) \quad (P_i = a_i V_i, P'_i = a'_i V'_i)$$

$a_i$ : 表情Aの*i*次元目の主軸長,  $V_i$ : *i*次元目のベクトル,  $x_i$ : *i*次元目の中心座標  
 $a'_i$ : 表情Bの*i*次元目の主軸長,  $V'_i$ : *i*次元目のベクトル,  $x'_i$ : *i*次元目の中心座標

### 3. 次元推定手法

#### 概要

表情弁別閾値楕円において、主軸長の短い方向の刺激は重要であり、心理物理空間の有効次元は表情知覚に重要な方向の数として定義できる。主軸長の逆数の二乗を二乗感度と定義し、二乗感度の損失を求めることで次元推定を行う。

#### 流れ

- ① ある表情のリーマン計量の特異値分解する。*i*次元目の特異値 $\lambda_i$ は二乗感度となるため、二乗感度の損失、すなわち省略された二乗感度の総和を求める。

$$\text{損失関数} = \left\{ 1 - \frac{\sum_{k=1}^i \lambda_k}{\sum_{k=1}^N \lambda_k} \right\}$$

- ② 表情毎に、損失関数が十分に小さくなる次元を選択する。本研究では、閾値を0.1として、それより大きな次元を有効次元とする。

### 5. リーマン曲率テンソルの導出

#### 概要

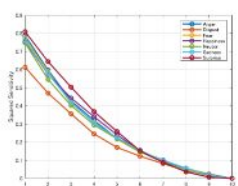
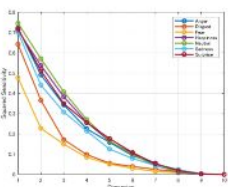
リーマン空間である表情の心理物理空間の曲率を計算することで、大域的な曲がり具合の情報を得ることができる。表情空間は高次元であり、高次元の部分空間では楕円の急激な変動が曲率となって現れる可能性がある。そのため、各2次元部分空間におけるリーマン曲率テンソルを計算する。ただし、一次微分・二次微分は畳み込み演算により導出する。

$$R_{ijkl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 g_{ij}}{\partial x^i \partial x^k} + \frac{\partial^2 g_{jk}}{\partial x^i \partial x^l} - \frac{\partial^2 g_{il}}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial x^i \partial x^l} \right) + \sum_{m,n} g_{mn} (\Gamma_{jk}^m \Gamma_{il}^n - \Gamma_{il}^m \Gamma_{jk}^n)$$

$$\text{クリストッフエル記号: } \Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{il} \left( \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{kk}}{\partial x^i} \right)$$

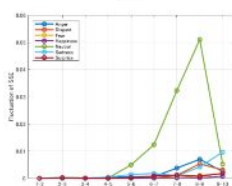
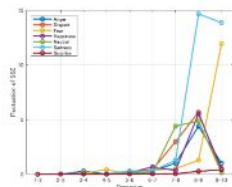
### 5. 実験結果

#### 二乗感度の結果



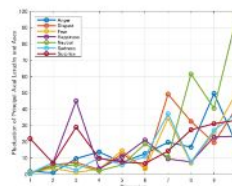
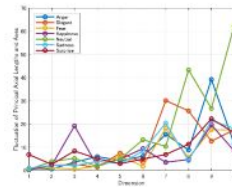
図：上：最小二乗法 下：最尤推定

#### 二乗和誤差による変動率の結果



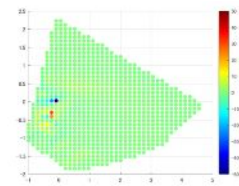
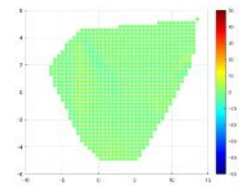
図：上：最小二乗法 下：最尤推定

#### 主軸長・主軸による変動率の結果



図：上：最小二乗法 下：最尤推定

#### リーマン曲率テンソルの結果



図：上：1-2部分空間 下：9-10部分空間