無線通信における劣モジュラ容量問題

Submodular Capacity Problem in Wireless Networks

林和音・ネットワーク分科会・中央大学大学院

Abstract- In wireless networks, when multiple transmissions occur simultaneously within the same frequency band, wireless signals interfere with each other, potentially preventing communication. The Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR) model mathematically describes the conditions under which such interference occurs in a manner close to real-world scenarios. The weighted capacity problem is a combinatorial optimization problem that maximizes the weighted sum of communication links capable of transmitting simultaneously in the same frequency band under the SINR model. A limitation of this problem is that its objective function is a modular function, restricting the types of real-world problems it can represent. Thus we introduce a new submodular capacity problem by generalizing the objective function of the weighted capacity problem to a submodular function. We propose a constant-factor approximation algorithm for the submodular capacity problem. Moreover, we implemented the algorithm, and verified its actual performance through numerical experiments.

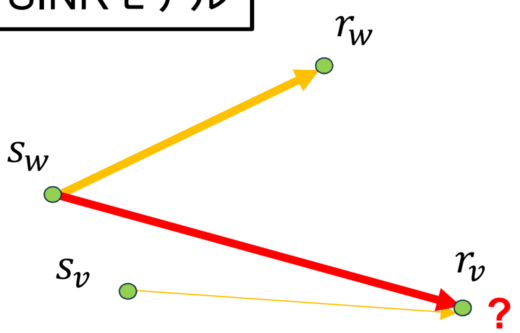
背景

- 近年、無線で通信している機器が増えている。
- 使用する周波数の帯域が被っていると干渉が起こる。
- 使用できる帯域には限界がある。

⬇

同じ周波数の帯域を用いて
干渉を上手く避ける効率的な通信する方法が
求められている。

SINRモデル



送信端末s_vと受信端末r_vのペアをリンクvと呼ぶ。
これには送信電力P_vというパラメータがある。

SINRモデルを基に、
リンクwからリンクvへの干渉は以下のように表される。

$$a_w(v) = \frac{c_v P_w}{P_v}\left(\frac{d(s_v, r_v)}{d(s_w, r_v)}\right)^{\alpha}$$

$d(s_w, r_v)$：s_wとr_vの距離
α：パス損失定数
c_v：リンクvに依存する定数

あるリンク集合Sについて、

$$\sum_{w \in S} a_w(v) \leq 1 \qquad \forall v \in S$$

が成り立つならば
リンク集合Sは通信可能集合であると定義する。

劣モジュラ容量問題

入力：全体リンク集合L
　　　劣モジュラ関数$f: 2^L \to \mathbb{R}_+$

出力：通信可能集合の中で
　　　劣モジュラ関数値が最大となるリンク集合S

$$\begin{aligned} \max \quad & f(S) \\ \text{s.t.} \quad & \boxed{a_S(v) \leq 1} \qquad \forall v \in S \\ & S \subseteq L \end{aligned}$$

集合L上の集合関数fは、任意の集合$X, Y \subseteq L$において
$f(X) + f(Y) \geq f(X \cup Y) + f(X \cap Y)$が成り立つ時劣モジュラ関数と呼ばれる。この関数は集合被覆問題や、相互情報量などの様々な問題を表現できる。

本研究では目的関数を劣モジュラ関数に一般化した
劣モジュラ容量問題を新しく導入した。加えて、その問題に対する定数倍近似アルゴリズムを提案した。

提案アルゴリズム

ステップ1 連続最適化
- 目的関数を多重線形拡張を用いて、
  離散関数から連続関数に拡張する。
- 制約式を線形関数に緩和する。

ステップ2 丸め
- 確率を用いて、変数の取りうる値を0,1にもどす。

このアルゴリズムは、$0.325 \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{4C}\right)^2$近似アルゴリズムである。

今後の課題

近似比の改善や、実性能の検証